**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ имени К.Г. РАЗУМОВСКОГО**

**(Первый казачий университет)**

**(ФГБОУ ВО «МГУТУ им. К.Г.Разумовского (ПКУ)»)**

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ№ 15**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Математика»**

**СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**sin2α + cos2α = 1**

**sin2α = 2 sinα·cosα**

**cos 2α = cos2α – sin2α**

**sin(α + β) = sinα·cosβ + cosα·sinβ**

**cos (α + β) = cosα·cosβ - sinα·sinβ**

|  |
| --- |
| ***Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответ в соответствующее поле в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.*** |

**Часть 1**

1. Диагональ экрана телевизора равна 60 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. На рисунке изображён график изменения температуры воздуха на протяжении трёх дней. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по рисунку, какой была наибольшая температура воздуха 5 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см



 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Маша хочет позвонить Кате, но не помнит последнюю цифру номера телефона Кати. С какой вероятностью Маша с первой попытки дозвонится Кате, если она знает, что последняя цифра нечётная?

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Решите уравнение $\frac{6}{х^{2 }-19}$ = 1. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 5, синус одного из острых углов равен $\frac{24}{25}$​. Найдите прилежащий к этому углу катет.

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. На рисунке изображен график функции, определенной на промежутке (-6; 5) и отмечены пять точек на оси абсцисс: -4, -2, 1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наибольшее?



 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Найдите объём куба, если площадь его поверхности равна 54.

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Найдите значение выражения $log\_{\frac{1}{23} }\sqrt{23}$.

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону m(t) = m0 ∙ $2^{\frac{-t}{T}}$, где m0 (мг) — начальная масса изотопа, t(мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа m0 ​=50 мг. Период его полураспада T=5 мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг?

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 165%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Найдите наибольшее значение функции y=x3 −12x +7 на отрезке [−3;0].

 Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Часть 2**

1. а) Решите уравнение 2 sin (x + $\frac{π}{3})$ + cos 2x = $\sqrt{3} $cos x + 1

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[- 3π; -\frac{3π}{2}\right]$.

1. В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *SABCD* сто­ро­на *AB* ос­но­ва­ния равна $2\sqrt{3, }$ а вы­со­та *SH* пи­ра­ми­ды равна 3. Точки *M* и *N* — се­ре­ди­ны рёбер *CD* и *AB*, со­от­вет­ствен­но, а *NT* — вы­со­та пи­ра­ми­ды *NSCD* с вер­ши­ной *N* и ос­но­ва­ни­ем *SCD*. а) До­ка­жи­те, что точка *T* яв­ля­ет­ся се­ре­ди­ной *SM*. б) Най­ди­те рас­сто­я­ние между *NT* и *SC*.
2. Решите неравенство: $log\_{3}\frac{1}{x}+ log\_{3}\left(x^{2}+3x-9\right)\leq log\_{3}(x^{2}+3x+ \frac{1}{x}-10)$.
3. В тре­уголь­ник *ABC* впи­са­на окруж­ность ра­ди­у­са *R,* ка­са­ю­ща­я­ся сто­ро­ны *AC* в точке *D*, причём *AD= R*.

а) До­ка­жи­те, что тре­уголь­ник *ABC* пря­мо­уголь­ный.

б) Впи­сан­ная окруж­ность ка­са­ет­ся сто­рон *AB* и *BC* в точ­ках *E* и *F*. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка *BEF,* если из­вест­но, что *R= 5* и *CD =15*.

1. По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 15 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 110 млн, а к концу проекта — больше 190 млн рублей.

1. Найдите все значения a, при которых уравнение (х2 + 2х + 2а)2 = 5 х4 + 5( х + а)2 имеет единственное решение на отрезке $\left[0;2\right]$.